

**MATEMATICI APLICATE
ÎN ECONOMIE**

GRAȚIELA GHIC

**MATEMATICI APLICATE
ÎN ECONOMIE**



EDITURA UNIVERSITARĂ
București, 2011

Coperta: Angelica Mălăescu

Copyright © 2011
Editura Universitară
Director: Drd. Vasile Muscalu
B-dul. N. Bălcescu nr. 27-33, Sector 1, București
Tel.: 021 – 315.32.47 / 319.67.27
www.editurauniversitara.ro
e-mail: redactia@editurauniversitara.ro

EDITURĂ RECUNOSCUTĂ DE CONSILIUL NAȚIONAL AL CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE DIN
ÎNVĂȚĂMÂNTUL SUPERIOR (C.N.C.S.I.S.)

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

GHIC, GRAȚIELA

Matematici aplicate în economie / Grațiela Ghic.

Ed. a 2-a, rev. - București : Editura Universitară, 2011

Bibliogr.

ISBN 978-606-591-312-7

51:33

© Toate drepturile asupra acestei lucrări sunt rezervate autorului.

Distribuție: tel.: 021-315.32.47 /319.67.27,
comenzi@editurauniversitara.ro

ISBN 978-606-591-312-7

DOI: 10.5682/9786065913127

CUPRINS

Capitolul I

Elemente de algebră liniară	9
1.1. Spații vectoriale	9
1.2. Dependență și independență liniară. Sistem de generatori. Bază.	14
1.3. Schimbarea bazei. Lema substituției. Metoda pivotului	15
1.4. Aplicații ale metodei pivotului în calculul matriceal	23
1.5. Morfisme de spații vectoriale	31
1.6. Subspații vectoriale	32
1.7. Funcționale pe spații vectoriale	36

Capitolul II

Elemente de programare liniară	49
2.1. Formularea unei probleme de programare liniară și modelul său matematic	47
2.2. Formularea matriceală a modelului (PPL)	53
2.3. Mulțimi și funcții convexe	56
2.4. Soluțiile unei probleme de programare liniară	57
2.5. Metoda grafică de rezolvare a (PPL)	60
2.6. Algoritmul simplex	67
2.6.1. Algoritmul simplex primal	71
2.6.2. Determinarea unei soluții de bază inițiale	73
2.7. Dualitatea în programarea liniară	82
2.7.1. Formularea PPL - duale. Teorema fundamentală a dualității	83
2.7.2. Interpretări economice ale dualității	87
2.7.3. Algoritmul simplex dual (ASD)	91
2.8. Reoptimizarea și parametrizarea în programarea liniară	95
2.8.1. Reoptimizări în programarea liniară	95
2.8.2. Parametrizarea în programarea liniară	110
2.9. Problema de transport	113
2.9.1. Modelul matematic al problemei de transport	114
2.9.2. Algoritmul de rezolvare	118
2.9.3. Degenerarea în problemele de transport	123
2.9.4. Problema de transport cu funcția obiectiv de maxim	126
2.9.5. Problema de transport cu imposibilitatea folosirii unor rute	127
2.9.6. Problema de transport cu centre intermediare de distribuție (Problema de transfer)	127
2.9.7. Probleme de transport cu centre legate	129
2.9.8. Probleme de repartiție. Alocarea forței de muncă	130
2.9.9. Modele liniare de repartizare și transfer de fonduri	131

Capitolul III

Elemente de analiză matematică. Aplicații economice	139
Funcții de mai multe variabile	139
3.1.1. Metrică. Spații metrice	139
3.1.2. Normă. Spații normate	140
3.1.3. Produs scalar. Spațiu euclidian	140
3.1.4. Elemente de topologie	142
3.1.5. Limite de funcții reale de mai multe variabile	145
3.1.6. Continuitatea funcțiilor de mai multe variabile	146
3.1.7. Teoria diferențială a funcțiilor reale de mai multe variabile reale ...	146
3.1.8. Optimizarea funcțiilor fără restricții	156
3.1.9. Optimizarea funcțiilor de mai multe variabile condiționate prin restricții de tip egalitate	160
3.2. Analiza microeconomică a consumatorului și producătorului	161
3.2.1. Generalități	161
3.2.2. Caracteristici generale ale funcțiilor de producție	163
3.2.3. Decizia la producător în condiții de concurență perfectă	171
3.3. Estimarea parametrilor funcțiilor de trend	182
3.4. Analiza funcțiilor de producție folosite în previzionarea producției.	183
3.4.1. Modul de utilizare a funcțiilor de producție caracteristice proceselor economice	183
3.4.2. Folosirea funcțiilor de producție, de cost și de profit în procesul de fundamentare a deciziilor de alocare și combinare a factorilor de producție	188
3.4.3. Optimizarea deciziei consumatorului	192
3.5. Complemente de calcul integral	221
3.5.1. Integrale improprii	221
3.5.2. Integrale euleriene	224

Capitolul IV

Elemente de bază ale teoriei probabilităților	226
4.1. Evenimente aleatoare	226
4.1.1. Operații cu evenimente	227
4.1.2. Câmp de evenimente	228
4.1.3. Definiția probabilității	230
4.1.4. Probabilitate condiționată	231
4.1.5. Formule fundamentale de calcul cu probabilități	231
4.2. Scheme clasice de probabilitate	232
4.3. Variabile aleatoare	241
4.4. Caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare	251
4.4.1. Media unei variabile aleatoare	251
4.4.2. Dispersia unei variabile aleatoare	252
4.4.3. Momente de ordin superior	254

4.4.4. Funcția caracteristică	255
4.4.5. Covarianță și coeficient de corelație a două variabile aleatoare	256
4.5. Legi teoretice de repartiție. Indicatori	258
Capitolul V	
Elemente de matematici financiare	273
5.1. Dobânda	273
5.1.1. Dobânda simplă	275
5.1.2. Dobânda compusă	282
5.2. Operațiuni de scont	292
5.3. Plăți eșalonate	301
5.4. Rambursarea împrumuturilor	313
Capitolul VI	
Aplicații ale programării matematice în fundamentarea deciziilor optime	320
6.1. Programarea neliniară	320
6.1.1. Condițiile Kuhn Tucker	322
6.1.2. Programare pătratică	324
6.2. Gestiunea optimă a stocurilor	325
6.2.1. Model de stoc cu cerere constantă cu ruptură de stoc	326
6.2.2. Model de stoc cu cerere constantă, fără ruptură de stoc	327
6.2.3. Modelul de stoc cu cerere constantă, fără lipsă de stoc, pentru mai multe produse	328
6.2.4. Modelul de stoc cu cerere constantă, cu posibilitatea întreruperii stocului, pentru mai multe produse	330
6.3. Aplicații ale programării matematice în analiza investițiilor	331
6.4. Strategia decizională. Elemente de teoria deciziilor	335
6.4.1. Decizii în condiții de certitudine. Metoda Electre	336
6.4.2. Decizii în condiții de risc și incertitudine	345
6.5. Problema de programare liniară multicriterială (PPLMC)	354
Bibliografie	367